7. Klasse Grundwissen

Ortenburg-Gymnasium Oberviechtach

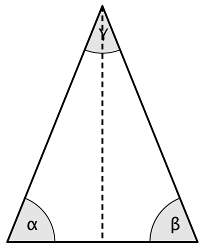
1. Innenwinkel bei Dreiecken und Vierecken

Die Summe der (Innen-)Winkel ergibt in jedem Dreieck 180°, in jedem Viereck 360°.

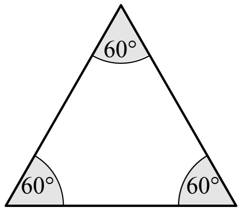
2. Besondere Dreiecke

a) Das gleichschenklige Dreieck:
Ein Dreieck mit zwei gleich langen Seiten (Schenkel) heißt gleichschenklig. Die dritte Seite heißt Basis.
Die Höhe im Dreieck halbiert die Basis (Mittelsenkrechte) und halbiert den Winkel γ

Jede der folgenden Aussagen ist gleichwertig:
- Das Dreieck ist gleichschenklig.
- Das Dreieck ist achsensymmetrisch bezügl. der Höhe.
- Das Dreieck besitzt zwei gleich große Basiswinkel.

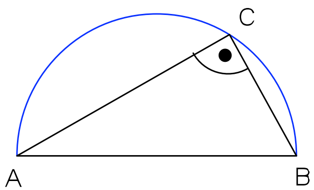


b) Das gleichseitige Dreieck:
Ein Dreieck mit drei gleich langen Seiten heißt gleichseitiges Dreieck. Seine Innenwinkel betragen jeweils 60°.



c) Das rechtwinklige Dreieck:
Ein Dreieck ABC hat genau dann bei C einen rechten Winkel, wenn C auf dem Halbkreis über [AB] liegt (Thaleskreis).

Die Schenkel des rechten Winkels sind die Katheten, die Gegenseite des rechten Winkels ist die Hypothenuse (längste Seite).



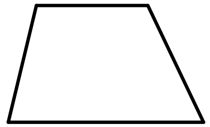
3. Besondere Vierecke

a) Parallelogramm:
Ein Viereck, bei dem je zwei Gegenseiten parallel sind, heißt Parallelogramm.

Jede der folgenden Aussagen ist gleichwertig:
- Das Parallelogramm ist punktsymmetrisch.
- Im Parallelogramm halbieren sich die Diagonalen gegenseitig.

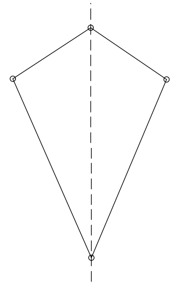
Sonderfälle:
- Die Raute ist ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten.
- Das Rechteck ist ein Parallelogramm mit vier gleich großen Winkeln.
- Das Quadrat ist ein Parallelogramm mit vier gleich langen Seiten und vier gleich großen Winkeln.

b) Trapez:
Ein Viereck, bei dem zwei Seiten parallel sind, heißt Trapez.



Ein achsensymmetrisches Trapez heißt auch gleichschenkliges Trapez.

c) Drachenviereck:
Ein Viereck heißt Drachenviereck, wenn es eine Symmetrieachse durch zwei Gegenecken hat.



4. Termumformungen

a) Gleichartige Termglieder zusammenfassen:

Beispiele:

$x - y^2 + 2x + y^2 = x + 2x - y^2 + y^2 = 3x$

$3x^2 + (5x)^2 + 3x = 3x^2 + 25x^2 + 3x = 28x^2 + 3x$

$3x \cdot 4x + 2x \cdot 5x = 12x^2 + 10x^2 = 22x^2$

b) Klammern auflösen:

Beispiele:

Plus vor der Klammer: $3x + (5x - 2y) = 3x + 5x - 2y = 8x - 2y$

Minus vor der Klammer: $x - (y^2 - 2x) + y^2 = x - y^2 + 2x + y^2 = 3x$

c) Multiplizieren von Summen (Ausmultiplizieren):

Allgemein: $(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$

Beispiele:

$(3x - 2y) \cdot (4x - 10) = 12x^2 - 30x - 8xy + 20y$

$(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ba + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(m - n) \cdot (m - n) = m^2 - mn - nm + n^2 = m^2 - 2mn + n^2$

$(2x + 3y) \cdot (2x - 3y) = 4x^2 - 6xy + 6xy - 9y^2 = 4x^2 - 9y^2$

d) Faktorisieren (Ausklammern gemeinsamer Faktoren):

Beispiele:

$-4a + 4b = -4 \cdot (a - b)$

$ac + bc - ad - bd = c \cdot (a + b) - d \cdot (a + b) = (c - d) \cdot (a + b)$

5. Lineare Gleichungen

Die Lösungsmenge einer Gleichung ändert sich nicht, wenn man auf beiden Seiten dieselbe Zahl oder denselben Term addiert (subtrahiert) oder auf beiden Seiten mit derselben von Null verschiedenen Zahl multipliziert (dividiert).
Solche Umformungen sind Äquivalenzumformungen.

Beispiel:

$$\begin{array}{lcll} 5 - 0{,}5x & = & 3 + 0{,}75x & \mid + 0{,}5x \\ 5 & = & 3 + 1{,}25x & \mid - 3 \\ 2 & = & 1{,}25x & \mid : 1{,}25 \\ 1{,}6 & = & x & \\ L & = & \{1{,}6\} & \text{falls } G = \mathbb{Q} \\ L & = & \{\,\} & \text{falls } G = \mathbb{N} \end{array}$$

Eine lineare Gleichung hat entweder keine, genau eine oder alle Zahlen der Grundmenge als Lösung.

6. Mittelwert

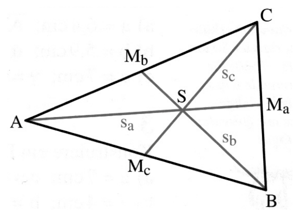
Den Mittelwert (arithmetisches Mittel) einer Datenreihe erhält man, wenn man alle Werte addiert und den Summenwert dann durch die Anzahl der Werte dividiert.

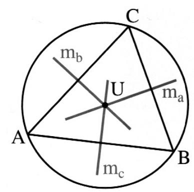
Beispiel: Notenverteilung bei einer Mathematikschulaufgabe

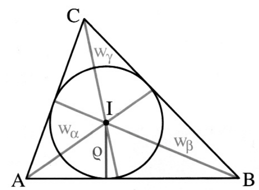
Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	7	8	7	5	1

$(1 \cdot 2 + 2 \cdot 7 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 5 \cdot 5 + 6 \cdot 1) : 30 = \underline{3{,}3}$ (Mittelwert)

7. Besondere Linien im Dreieck







In jedem Dreieck schneiden sich die Seitenhalbierenden s_a, s_b, s_c in einem Punkt S. Dieser Punkt S heißt Schwerpunkt des Dreiecks.

In jedem Dreieck schneiden sich die Mittelsenkrechten m_a, m_b, m_c der Dreiecksseiten in einem Punkt U, der von den drei Ecken des Dreiecks den gleichen Abstand hat. U ist der Umkreismittelpunkt des Dreiecks.

Die drei Winkelhalbierenden w_α, w_β, w_γ eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt I, der von allen drei Seiten des Dreiecks den gleichen Abstand ϱ hat. I ist der Inkreismittelpunkt des Dreiecks.