

1. Reelle Zahlen und Wurzeln

a) Definition:

Alle rationalen Zahlen und alle irrationalen Zahlen (unendliche nicht periodische Dezimalbrüche) bilden zusammen die Menge der reellen Zahlen \mathbb{R} .

b) Rechnen mit Quadratwurzeln:

Für $a \in \mathbb{R}$ gilt: $\sqrt{a^2} = |a|$

Für $a, b > 0$ gilt: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$; $\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

Achtung: $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$

c) Binomische Formeln:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2; \quad (a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$$

d) n-te Wurzeln:

Für $a \geq 0$ ist $\sqrt[n]{a}$ die Zahl, deren n-te Potenz a ergibt ($n \in \mathbb{N}$), d.h. $(\sqrt[n]{a})^n = a$.

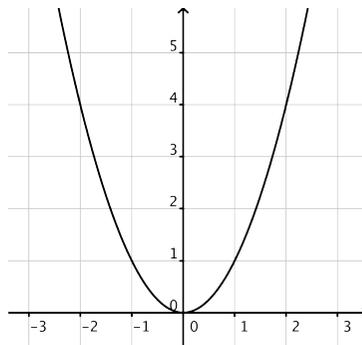
Für $a \geq 0$ ist $a^{\frac{z}{n}} = \sqrt[n]{a^z}$.

2. Quadratische Funktionen

Graph einer quadratischen Funktion f: Parabel
höchster bzw. tiefster Punkt der Parabel: Scheitel

Allgemeine quadratische Funktion:

- a) Normalform: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- b) Scheitelpunktform: $f(x) = a(x - d)^2 + e$
mit Scheitel S(d / e)
- c) Nullstellenform: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
mit $a \neq 0$ und Nullstellen x_1 und x_2
- d) Für $a > 0$ ist die Parabel nach oben,
für $a < 0$ ist die Parabel nach unten geöffnet.



Besondere quadratische Funktion: Normalparabel: Graph von $f(x) = x^2$

3. Quadratische Gleichungen

Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) nennt man quadratische Gleichungen.

Für die Diskriminante $D = b^2 - 4ac$ gilt:

$D > 0$: zwei Lösungen der quadratischen Gleichung

$D = 0$: eine Lösung der quadratischen Gleichung

$D < 0$: keine Lösung der quadratischen Gleichung

Lösungs(Mitternachts-)formel: $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

4. Mehrstufige Zufallsexperimente

Definition:

Ein Zufallsexperiment, das aus mehreren Teilerperimenten besteht, nennt man mehrstufiges Zufallsexperiment. Jedes Ergebnis stellt genau einen Pfad im zugehörigen Baumdiagramm vom Startpunkt bis zu einem Endpunkt dar.

1. Pfadregel:

Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment erhält man die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses, indem man die Wahrscheinlichkeiten längs des zugehörigen Pfades im Baumdiagramm multipliziert.

2. Pfadregel:

Bei einem mehrstufigen Zufallsexperiment erhält man die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses, indem man die Summe der Wahrscheinlichkeiten der Pfade bildet, die zu dem Ereignis gehören.

5. Satzgruppe des Pythagoras

Im rechtwinkligen Dreieck (rechter Winkel bei C) gilt

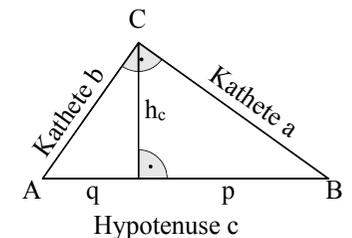
für die Katheten a, b und der Hypotenuse c:

Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

Höhensatz: $h^2 = p \cdot q$

Kathetensatz: $a^2 = c \cdot p$ und $b^2 = c \cdot q$

Gilt in einem Dreieck $a^2 + b^2 = c^2$, dann ist es rechtwinklig.



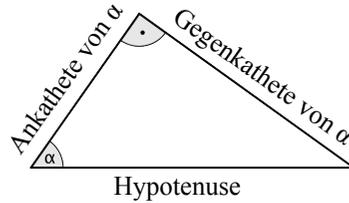
6. Trigonometrische Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck

a) Sinus, Kosinus, Tangens:

$$\sin \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{Ankathete}}{\text{Hypotenuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}}$$



b) Beziehungen zwischen sin, cos, tan:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad (\alpha \neq 90^\circ) \quad (\sin \alpha)^2 + (\cos \alpha)^2 = 1$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha \quad \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

7. Oberfläche und Volumen von Prisma, Zylinder, Pyramide und Kegel

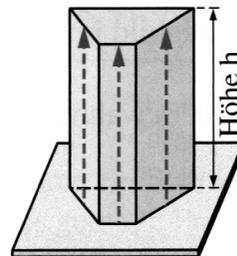
a) gerades Prisma

Grund- und Deckfläche: n-Eck
Seitenflächen: Rechtecke (bilden die Mantelfläche M)

Mantelfläche $M = u \cdot h$ (u: Umfang des n-Ecks)

Oberfläche $O = 2 \cdot G + M$

Volumen $V = G \cdot h$



gerades Prisma

b) gerader Kreiszyylinder

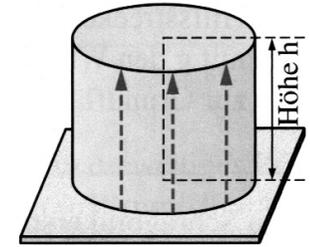
Grund- und Deckfläche: Kreis
Mantel ist abgewickelt ein Rechteck mit Länge = $2r\pi$ und Breite h

Grundfläche $G = r^2\pi$

Mantelfläche $M = 2r\pi \cdot h$

Oberfläche $O = 2 \cdot G + M$

Volumen $V = G \cdot h = r^2\pi \cdot h$



gerader Zylinder

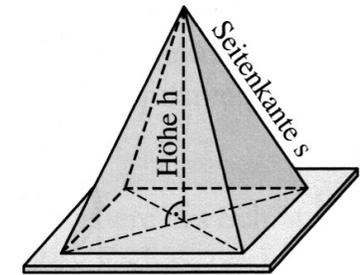
c) Pyramide

Grundfläche: n-Eck

Seitenflächen: Dreiecke, die einen Punkt (die Spitze) gemeinsam haben. Sie bilden die Mantelfläche M.

Oberfläche $O = G + M$

Volumen $V = \frac{1}{3}G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \text{Grundfläche} \cdot \text{Höhe}$



gerade Pyramide

d) gerader Kreiskegel

Grundfläche: Kreis

Mantel ist abgewickelt ein Kreissektor mit Bogen-

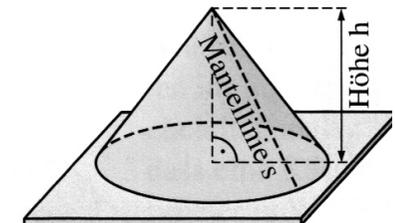
länge $b = 2r\pi$, Radius s und Mittelpunktswinkel $\varphi = \frac{r}{s} \cdot 360^\circ$.

Grundfläche $G = r^2\pi$

Mantelfläche $M = s^2\pi \cdot \frac{\varphi}{360^\circ} = r\pi s$

Oberfläche $O = G + M$

Volumen $V = \frac{1}{3}G \cdot h = \frac{1}{3}r^2\pi h$



gerader Kegel